Indice

1 Approccio allo studio della matematica 1

1.1 Letteratura e Matematica 2
1.2 Curiosità matematiche 4
1.3 Matematica e realtà 7
1.4 Origini e sviluppo degli strumenti di calcolo: prima fase 8

2 Analisi della situazione iniziale 11

2.1 Numeri e operazioni 12
2.2 I numeri 0, 1 e 10 14
2.3 Le equazioni 16
2.4 I problemi 17
2.5 Test sul linguaggio matematico e naturale 19

3 Numeri e prime equazioni 21

3.1 I numeri presso le civiltà antiche 22
3.2 Sistemi di numerazione 24
3.3 Sistemi di numerazione posizionali 26
3.4 Origine e sviluppo degli strumenti di calcolo: seconda fase 28
3.5 La moltiplicazione nell'antico Egitto 29
3.6 L'insieme N dei numeri naturali. Concetto di struttura. 29
3.7 L'operazione di innalzamento a potenza in N 33
3.8 Massimo Comun Divisore e minimo comune multiplo 36
3.9 Ampliamento degli insiemi numerici: Z 37
3.10 L'operazione di innalzamento a potenza in Z 41
3.11 Ampliamento degli insiemi numerici: Q 42
3.12 Algoritmo «avido» di Fibonacci 43
3.13 Frazioni e numeri decimali 44
3.14 Proprietà invariantiva delle frazioni 46
3.15 Operazioni in Q e loro proprietà 49
3.16 Potenze con base in Q ed esponente in Z 52
3.17 Espressioni numeriche 54
3.18 Primi elementi di calcolo letterale 57
3.19 Equazioni numeriche di primo grado 58
3.20 Principi di equivalenza 62

ESERCIZI 65
Operazioni in N 65
Divisori e multipli 66
Operazioni in Z 67
Operazioni in Q 68
Frazioni e numeri decimali 69
Espressioni numeriche 70
Equazioni numeriche di primo grado 75

4 Insiemi e operazioni 79

4.1 Insiemi e loro rappresentazione 80
4.2 Cardinalità di un insieme 81
4.3 I sottoinsiemi 82
4.4 Operazioni tra insiemi 83
4.5 Insiemi e problemi 90

ESERCIZI 93
Il concetto di insiene 93
Operazioni tra insiemi 95
Problemi 98

5 Logica 99

5.1 Perché la logica 100
5.2 Le proposizioni logiche 101
5.3 I connettivi logici 102
5.4 Operazioni logiche e operazioni insiemistiche 107
5.5 Logica delle proposizioni e circuiti elettrici 108
5.6 Espressioni logiche 111

5.7 Proprietà delle operazioni logiche 115
5.8 Proposizioni aperte e quantificatori 122
5.9 Origine e sviluppo degli strumenti di calcolo: terza fase 123
ESERCIZI 126
Proposizioni logiche e connettivi 126
Logica, insiemi, circuiti elettrici 129
Espressioni logiche e proprietà delle operazioni logiche 131
Proposizioni aperte e quantificatori 138

6 Calcolo letterale: monomi 139
6.1 Nasce l'algebra 140
6.2 I monomi 140
6.3 Operazioni tra monomi 143
6.4 Massimo Comun Divisore e minimo comune multiplo tra monomi 145
ESERCIZI 148
Operazioni tra monomi 148
M.C.D. e m.c.m. tra monomi 153

7 Calcolo letterale: polinomi 155
7.1 I polinomi 156
7.2 Operazioni tra polinomi 157
7.3 Prodotti notevoli: potenza di un binomio 160
7.4 Altri prodotti notevoli 166
7.5 Divisione tra polinomi 169
7.6 Divisione di un polinomio per un binomio 173
ESERCIZI 178
Polinomi: definizioni, operazioni 178
Polinomi: prodotti notevoli 183
Divisioni tra polinomi 188
Identità letterali 192

8 Scomposizione in fattori dei polinomi e sue applicazioni 193
8.1 Il perché della scomposizione in fattori dei polinomi 194
8.2 Vari metodi per la scomposizione in fattori dei polinomi 194
8.3 M.C.D. e m.c.m. tra polinomi 205
ESERCIZI 206
Scomposizione di polinomi 206
M.C.D. e m.c.m. tra polinomi 213

9 Frazioni algebriche 215
9.1 Le frazioni algebriche e la loro semplificazione 216
9.2 Operazioni tra frazioni algebriche 220
9.3 Espressioni algebriche 223
ESERCIZI 228
Le frazioni algebriche 228
Operazioni tra frazioni algebriche 231
Espressioni 235

10 Equazioni e problemi 241
10.1 Equazioni di primo grado 242
10.2 Equazioni fratte 247
10.3 Risoluzione di particolari equazioni di grado superiore al primo 251
10.4 Risoluzione di problemi 254
ESERCIZI 257
Equazioni intere 257
Equazioni fratte 261
Equazioni di grado superiore al primo 267
Problemi 268

11 Disequazioni di primo grado 273
11.1 Disuguaglianze e disequazioni 274
11.2 Risoluzione di disequazioni di primo grado 275
11.3 Sistemi di disequazioni di primo grado 278
11.4 Disequazioni fratte di primo grado 283
11.5 Disequazioni con termini di grado superiore al primo 286
11.6 Equazioni e disequazioni di primo grado con valori assoluti 290
ESERCIZI 299
Disuguaglianze e disequazioni 299
Disequazioni di primo grado letterali 304
Disequazioni di grado superiore al primo riconducibili a quelle di primo grado 305

Sistemi di disequazioni di primo grado 306
Disequazioni fratte 312
Disequazioni con valori assoluti 317
Disequazioni di vario tipo 318
Problemi 319

12 Sistemi lineari e problemi 321

12.1 Sistemi di primo grado 322
12.2 Risoluzione di sistemi di primo grado 323
12.3 Sistemi numerici non determinati 330
12.4 Sistemi numerici fratti 331
12.5 Metodo di Cramer 333
12.6 Sistemi letterali 336
12.7 Risoluzione di sistemi lineari con più di due equazioni 340
12.8 Risoluzione di problemi 343
ESERCIZI 346
Sistemi lineari di due equazioni in due incognite 346
Metodo di Cramer 348
Risoluzione di sistemi 350
Sistemi di tre equazioni in tre incognite 357
Problemi 360

13 Relazioni e funzioni 365

13.1 Prodotto cartesiano 366
13.2 Relazioni tra due insiemi 369
13.3 Relazioni in un insieme: proprietà 370
13.4 Relazione di equivalenza 377
13.5 Relazione d'ordine 379
13.6 Il concetto di funzione 380
13.7 Proprietà delle funzioni 382
13.8 Funzioni inverse e composizioni di funzioni 385
ESERCIZI 388
Prodotto cartesiano 388
Relazioni 389
Funzioni 392

Informatica: introduzione alla programmazione

1 **Struttura logica e fisica di un computer** 398
Premessa 398
Un primo modello elementare 398
La struttura logica del computer 399
Le componenti logiche e quelle reali 402

2 **Introduzione alla programmazione** 403
Concetti di base 403
Rappresentazione grafica di un algoritmo mediante *flow chart* 404
Concetti di base della programmazione 406
I tipi di dati in Pascal 409
Le strutture di controllo 413
Iterazione enumerativa 414
Iterazione per falso 416
Gli operatori logici in Pascal 418
I dati di tipo *boolean* 418
Iterazione per vero 419
Le strutture selettive 422
Tre algoritmi esemplificativi 425
Due esempi di diagrammi di flusso 429
ESERCIZI 431

Esercizi per il recupero

Capitolo 3 **Numeri e prime equazioni** 434
Scheda 1 Insiemi numerici 434
Scheda 2 Abilità operative 434
Scheda 3 Equazioni elementari 435

Capitolo 4 **Insiemi e operazioni** 436
Scheda 1 Concetto di insieme e sua rappresentazione 436
Scheda 2 Operazioni tra insiemi 437
Scheda 3 Proprietà delle operazioni tra insiemi e applicazioni 437

Capitolo 5 **Logica** 438
Scheda 1 Proposizioni ed espressioni logiche 438
Scheda 2 Proprietà delle operazioni e logica dei circuiti 439
Scheda 3 Circuiti elettrici e algebra di Boole 439

Capitolo 6 **Calcolo letterale: monomi** 440
Scheda 1 Operazioni tra monomi, M.C.D. e m.c.m. 440
Scheda 2 Espressioni 441

Capitolo 7 **Calcolo letterale: polinomi** 442
Scheda 1 Operazioni tra polinomi 442
Scheda 2 Prodotti notevoli 442
Scheda 3 Divisioni tra polinomi 443

Capitolo 8 **Scomposizione in fattori dei polinomi e sue applicazioni** 444
Scheda 1 Scomposizione di polinomi 444
Scheda 2 M.C.D e m.c.m. di polinomi 444

Capitolo 9 **Frazioni algebriche** 445
Scheda 1 Frazioni algebriche e loro semplificazione 445
Scheda 2 Operazioni tra frazioni algebriche 445

Capitolo 10 **Equazioni e problemi** 448
Scheda 1 Equazioni intere 448
Scheda 2 Equazioni fratte e problemi 449

Capitolo 11 **Disequazioni di primo grado** 451
Scheda 1 Le disequazioni 451
Scheda 2 Disequazioni fratte e sistemi di disequazioni 451
Scheda 3 Equazioni e disequazioni con valori assoluti 453

Capitolo 12 **Sistemi lineari e problemi** 454
Scheda 1 Sistemi lineari 454
Scheda 2 Risoluzione di problemi 456

Capitolo 13 **Relazioni e funzioni** 456
Scheda 1 Relazioni 456
Scheda 2 Funzioni 457

Esercizi per la ricapitolazione e la verifica

Capitolo 3 **Numeri e prime equazioni** 460

Capitolo 4 **Insiemi e operazioni** 465

Capitolo 5 **Logica** 468

Capitolo 6 **Calcolo letterale: monomi** 472

Capitolo 7 **Calcolo letterale: polinomi** 476

Capitolo 8 **Scomposizione in fattori dei polinomi e sue applicazioni** 480

Capitolo 9 **Frazioni algebriche** 485

Capitolo 10 **Equazioni e problemi** 490

Capitolo 11 **Disequazioni di primo grado** 496

Capitolo 12 **Sistemi lineari e problemi** 499

Capitolo 13 **Relazioni e funzioni** 505

Esercizi per il potenziamento

Capitolo 3 **Numeri e prime equazioni** 516

Capitolo 4 **Insiemi e operazioni** 525

Capitolo 5 **Logica** 526

Capitolo 6 **Calcolo letterale: monomi** 528

Capitolo 7 **Calcolo letterale: polinomi** 529

Capitolo 8 **Scomposizione in fattori dei polinomi e sue applicazioni** 532

Capitolo 9 **Frazioni algebriche** 536

Capitolo 10 **Equazioni e problemi** 541

Capitolo 11 **Disequazioni di primo grado** 544

Capitolo 12 **Sistemi lineari e problemi** 545

Capitolo 13 **Relazioni e funzioni** 549

Miscellanea di esercizi

Tracce per temi di carattere culturale 554

Problemi tratti dalla storia e da libri a carattere divulgativo 555

Lewis Carroll, *Una storia intricata – racconti matematici* 555

Alcuino di York, *Giochi matematici alla corte di Carlomagno* 556

Giuseppe Peano, *Giochi di aritmetica e problemi interessanti* 556

Problemi estratti da gare matematiche 557

Dalle prove di preparazione alle *Olimpiadi della Matematica* 557

Dai *Giochi di Archimede* 2005 558

Curiosità matematiche 559

Esercizi di logica matematica 560

Esercizi e test di autovalutazione tratti da *Syllabus* 560
Quesiti di livello base 560
Quesiti che richiedono maggiore attenzione 561
Test di autovalutazione 562
Riposte commentate 563

Problemi ludici 566
Problemi di Ennio Peres 566

Giochi di enigmistica matematica 567
Crucinumeri 567
Matematici illustri 567
Percorsi 568
Anagrammi e altro 570
Sudoku ed equazioni 571
A proposito di logica matematica 571
Soluzioni 572

La matematica tra storia e cultura

Archimede e i grandi numeri 574

Rafael Bombelli e l'elogio dell'algebra 574

George Boole e l'algebra della logica 575

Federigo Enriques e la matematica come arte 576

Luigi Campedelli e la divulgazione del pensiero matematico 578

Lucio Lombardo Radice: la matematica come fatto culturale, la didattica come educazione della mente 580

Vinicio Villani, numeri e calcolatrici 582

John D. Barrow: relazioni tra il mondo empirico e quello matematico 583

Albert Einstein e il linguaggio della scienza 584

Libri a carattere scientifico suggeriti per la lettura 585

Biografie dei matematici citati nel volume

Agnesi Maria Gaetana, 37
Al-Khuwarizmi, 140
Aristotele, 100
Babbage Charles, 124
Bernoulli Giovanni, 381
Bhaskara, 58
Bombelli Rafael, 554
Boole George, 108
Byron Ada, 555
Cantor George, 80
Carroll Lewis, 555
Cartesio, 380
Cramer Gabriel, 333
De Morgan Augustus, 89
Eulero (Leonhard Euler), 81
Fibonacci (Leonardo Pisano), 26
Leibniz Gottfried Wilhelm, 100
Narayana Pandit, 38
Pascal Blaise, 164
Peano Giuseppe, 556
Ruffini Paolo, 173
Shannon Claude, 108
Stevino Simone, 44
Tartaglia Nicolò, 163
Venn John, 81